第23講　新課程　期待値

§1　期待値

要点整理 と 公式

要点 1　期待値

1000 本中 1 本が当たりのくじで，その賞金が 10000円であるとき，くじ 1 本あたりの賞金額の平均は $10000 \div 1000 = 10$(円) である。ここで

$$10000 \div 1000 = 10000 \times \frac{1}{1000}$$

である。10000 は賞金額であり，$\frac{1}{1000}$ はこのくじを 1 本引いたときの当たりくじを引く確率であるから，このくじ 1 本あたりの賞金額の平均は，賞金額とそれが当たる確率の積と考えることができる。

同様に，1000本のくじがあり，賞金および本数が右の表の通りであるとき，賞金額の総額は

$$10000 \times 1 + 2000 \times 3 + 0 \times 996 = 16000(\text{円})$$

であるから，くじ 1 本あたりの賞金額の平均は

$$16000 \div 1000 = 16(\text{円})$$

	賞金	本数
1等	10000円	1本
2等	2000円	3本
はずれ	0円	996本
合計		1000本

であり

$$16000 \div 1000 = (10000 \times \quad + 2000 \times \quad + 0 \times \qquad) \times \frac{1}{1000}$$

$$= \qquad \times \frac{\quad}{1000} + \qquad \times \frac{\quad}{1000} + \quad \times \frac{\quad}{1000}$$

と表せることから，このくじ 1 本あたりの賞金額の平均は，賞金額とそれが当たる確率の積をすべて足し合わせたものと考えることができる。

一般に，ある試行によって起こる事象 A_1，A_2，A_3，……，A_n が排反事象で，これらの事象が起こる確率をそれぞれ p_1，p_2，p_3，……，p_n（$p_1+p_2+p_3+\cdots\cdots+p_n=1$）とする。また，$A_1$，$A_2$，$A_3$，……，$A_n$ が起こるとき，変量 X がそれぞれ x_1，x_2，x_3，……，x_n という値をとるとする。このとき

$$x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3+\cdots\cdots+x_np_n$$

を変量 X の「　　　　　　」という。

期待値

変量 X のとりうる値を x_1，x_2，……，x_n とし，それぞれの値をとる確率を p_1，p_2，……，p_n とすると，期待値 E は

$$E=x_1p_1+x_2p_2+\cdots\cdots+x_np_n$$

X	x_1	x_2	……	x_n	計
確率	p_1	p_2	……	p_n	1

（ex）１個のさいころを投げるとき，出る目の期待値

１～６のどの目が出る確率も $\frac{1}{6}$ であるから，出る目の期待値は

$$1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{6}+4\times\frac{1}{6}+5\times\frac{1}{6}+6\times\frac{1}{6}=\frac{21}{6}=\frac{7}{2}\ (=3.5)$$

1

赤玉 2 個，白玉 3 個が入った袋から，同時に 2 個の玉を取り出すとき，次の問いに答えよ。

(1) 赤玉の個数の期待値を求めよ。

(2) 赤玉 1 個につき 100 円もらえるとき，1 回の試行で受け取る金額の期待値を求めよ。

Point Pickup

期待値

変量 X のとる値と確率が右の表の通りであるとき，X の期待値は

$$x_1p_1 + x_2p_2 + \cdots\cdots + x_np_n$$

X	x_1	x_2	……	x_n	計
確率	p_1	p_2	……	p_n	1

{ 解答 }

第23講　確認テスト

1　赤玉２個，白玉４個が入った袋から同時に２個の玉を取り出すとき，次の問いに答えよ。

(1)　赤玉の個数の期待値を求めよ。

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\ （個）$$

(2)　赤玉１個につき100円もらえるとき，１回の試行で受け取る金額の期待値を求めよ。

$$\frac{\boxed{\text{ウエオ}}}{\boxed{\text{カ}}}\ （円）$$

{ Note }

第23講　新課程　期待値

1

(1)　取り出した２個の玉に含まれる赤玉の個数は，０，１，２個のいずれかである。

・赤玉が０個となる確率は　$\dfrac{{}_3C_2}{{}_5C_2}=\dfrac{3}{10}$

・赤玉が１個となる確率は　$\dfrac{{}_2C_1\times{}_3C_1}{{}_5C_2}=\dfrac{2\times3}{10}=\dfrac{6}{10}$

・赤玉が２個となる確率は　$\dfrac{{}_2C_2}{{}_5C_2}=\dfrac{1}{10}$

したがって，求める赤玉の個数の期待値は

$$0\times\frac{3}{10}+1\times\frac{6}{10}+2\times\frac{1}{10}=\frac{1}{10}(0\times3+1\times6+2\times1)=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}\text{（個）}$$

(2)　(1)より，もらえる金額 X と確率は以下の通り。

X	0	100	200	計
確率	$\dfrac{3}{10}$	$\dfrac{6}{10}$	$\dfrac{1}{10}$	1

したがって，求める金額の期待値は

$$0\times\frac{3}{10}+100\times\frac{6}{10}+200\times\frac{1}{10}=\frac{1}{10}(0\times3+100\times6+200\times1)=\frac{800}{10}=80\text{（円）}$$

第23講　確認テスト

1　赤玉 2 個，白玉 4 個が入った袋から同時に 2 個の玉を取り出すとき，次の問いに答えよ。

(1)　赤玉の個数の期待値を求めよ。

$$\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\text{（個）}$$

(2)　赤玉 1 個につき 100 円もらえるとき，1 回の試行で受け取る金額の期待値を求めよ。

$$\frac{\boxed{ウエオ}}{\boxed{カ}}\text{（円）}$$

{ 解答 }

1　(1)　ア　2　　イ　3

(2)　ウ　2　　エ　0　　オ　0　　カ　3